CLEAI, matematica generale, primo semestre.
Esercizi della prova scritta del 18 dicembre 2002

Studio di funzione:

1. Disegnare il grafico della seguente funzione, senza fare la derivata seconda:
$$f(x) := \begin{cases} x^2e^x & \text{se} \quad x < 1 \\ 4x^3 - x & \text{se} \quad x \geq 1 \end{cases}$$
Evidenziare in particolare i seguenti punti:
   (a) campo d'esistenza;
   (b) eventuali punti di discontinuità;
   (c) limiti;
   (d) crescenza e decrescenza;
   (e) tangente destra e tangente sinistra in $x = 1$.

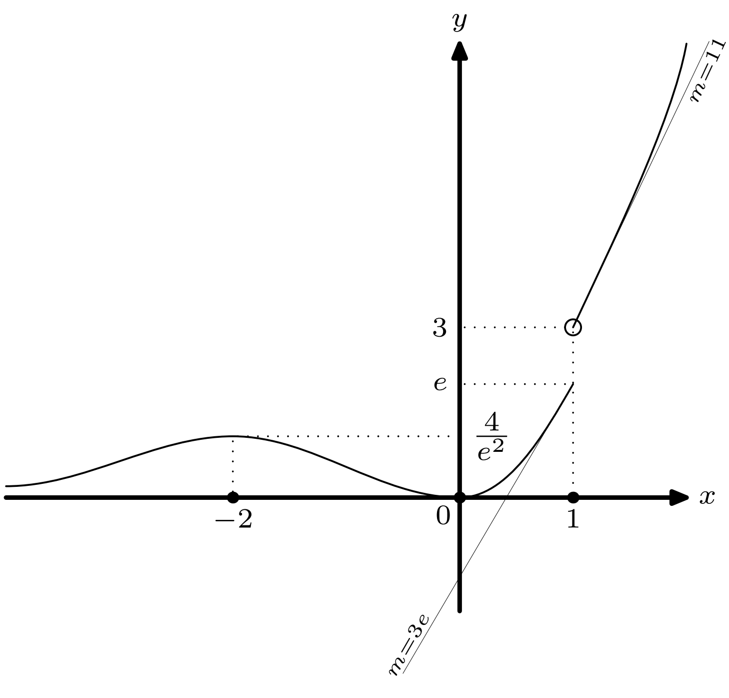
2. Disegnare il grafico della seguente funzione, senza fare la derivata seconda:
$$f(x) := \begin{cases} x^3e^x & \text{se} \quad x < 1 \\ 4x^2 - 1 & \text{se} \quad x \geq 1 \end{cases}$$
Evidenziare in particolare i seguenti punti:
   (a) campo d'esistenza;
   (b) eventuali punti di discontinuità;
   (c) limiti;
   (d) crescenza e decrescenza;
   (e) tangente destra e tangente sinistra in $x = 1$.

3. Disegnare il grafico della seguente funzione, senza fare la derivata seconda:
$$f(x) := \begin{cases} xe^{x^2} & \text{se} \quad x < 1 \\ 4x^2 - 1 & \text{se} \quad x \geq 1 \end{cases}$$
Evidenziare in particolare i seguenti punti:
   (a) campo d'esistenza;
   (b) eventuali punti di discontinuità;
   (c) limiti;
   (d) crescenza e decrescenza;
   (e) tangente destra e tangente sinistra in $x = 1$.

4. Disegnare il grafico della seguente funzione, senza fare la derivata seconda:
$$f(x) := \begin{cases} xe^{x^3} & \text{se} \quad x < 1 \\ 4x - 1 & \text{se} \quad x \geq 1 \end{cases}$$
Evidenziare in particolare i seguenti punti:
   (a) campo d'esistenza;
   (b) eventuali punti di discontinuità;
   (c) limiti;
   (d) crescenza e decrescenza;
   (e) tangente destra e tangente sinistra in $x = 1$.

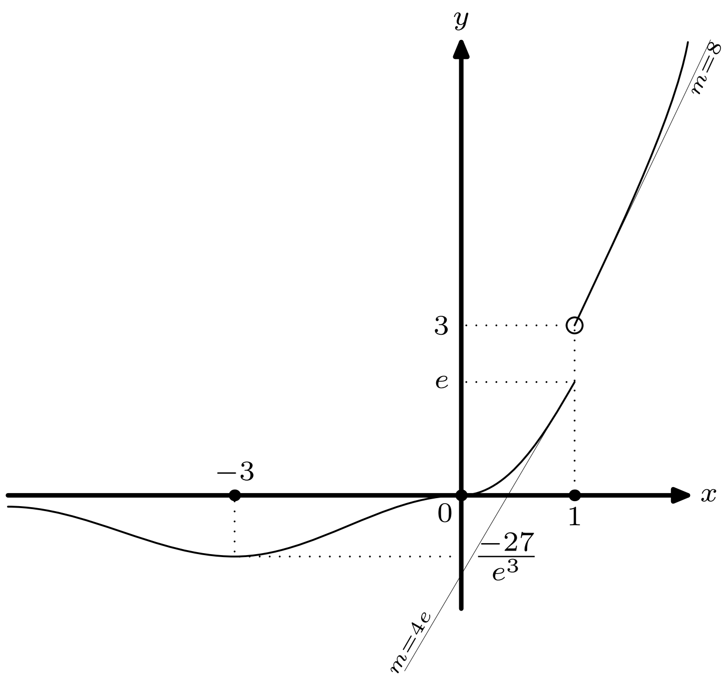
Studio di grafico di funzione:

1. Data $f(x)$ tramite il grafico in figura, determinare:
   (a) campo d'esistenza;
   (b) segno;
   (c) eventuali punti di discontinuità;
   (d) limiti;
   (e) zeri;
   (f) intersezioni con l'asse y;
   (g) intervalli di crescenza e decrescenza;
   (h) punti e valori critici;
   (i) estremi locali e globali;
   (j) tangente destra e tangente sinistra in $x = 1$.



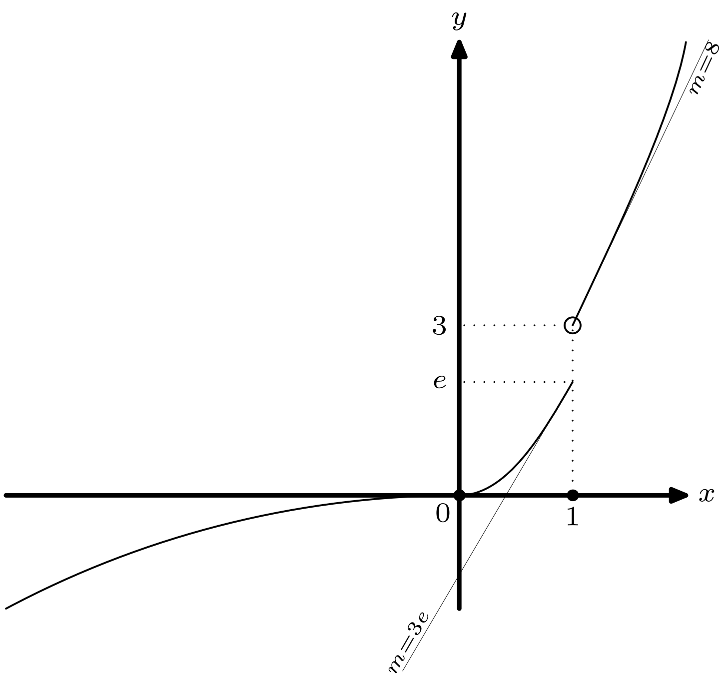
2. Data $f(x)$ tramite il grafico in figura, determinare:

   (a) campo d'esistenza;
   (b) segno;
   (c) eventuali punti di discontinuità;
   (d) limiti;
   (e) zeri;
   (f) intersezioni con l'asse y;
   (g) intervalli di crescenza e decrescenza;
   (h) punti e valori critici;
   (i) estremi locali e globali;
   (j) tangente destra e tangente sinistra in $x = 1$.



3. Data $f(x)$ tramite il grafico in figura, determinare:

   (a) campo d'esistenza;
   (b) segno;
   (c) eventuali punti di discontinuità;
   (d) limiti;
   (e) zeri;
   (f) intersezioni con l'asse y;
   (g) intervalli di crescenza e decrescenza;
   (h) punti e valori critici;
   (i) estremi locali e globali;
   (j) tangente destra e tangente sinistra in $x = 1$.



4. Data $f(x)$ tramite il grafico in figura, determinare:

(a) campo d'esistenza;

(b) segno;

(c) eventuali punti di discontinuità;

(d) limiti;

(e) zeri;

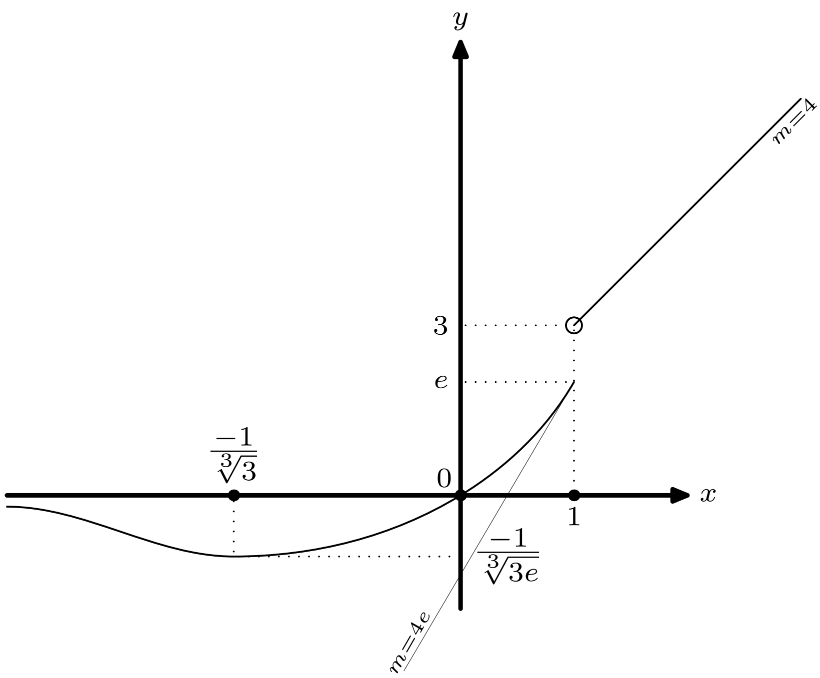
(f) intersezioni con l'asse y;

(g) intervalli di crescenza e decrescenza;

(h) punti e valori critici;

(i) estremi locali e globali;

(j) tangente destra e tangente sinistra in $x = 1$.



Massimi e minimi:

1. Determinare i punti e i valori di minimo e massimo (locali e globali) sull'intervallo $(-1/2, 1]$ della seguente funzione:
$$f(x) := 2x + (x-1)^2$$

2. Determinare i punti e i valori di minimo e massimo (locali e globali) sull'intervallo $(-1/2, 1]$ della seguente funzione:
$$f(x) := -2x - (x-1)^2$$

Zeri:

1. Stabilire se $f(x) := \ln x + x + 1$ ammette degli zeri sul suo campo d'esistenza. In caso affermativo, dire quanti sono gli zeri e stimarli con precisione di almeno un'unità.

2. Stabilire se $f(x) := \ln x + x + 2$ ammette degli zeri sul suo campo d'esistenza. In caso affermativo, dire quanti sono gli zeri e stimarli con precisione di almeno un'unità.

Punti fissi:

1. Stabilire se $f(x) := -\ln x - 1$ ammette dei punti fissi sul suo campo d'esistenza. In caso affermativo, dire quanti sono i punti fissi e stimarli con precisione di almeno un'unità.

2. Stabilire se $f(x) := -\ln x - 2$ ammette dei punti fissi sul suo campo d'esistenza. In caso affermativo, dire quanti sono i punti fissi e stimarli con precisione di almeno un'unità.

Teorico:

1. Dire se $f(x) := 2\ln\sqrt{|x|}$ ammette massimo e minimo globale nell'intervallo $[1, 7]$.

2. Dire se $f(x) := 2\ln\sqrt{|x|}$ assume il valore 1 nell'intervallo $[1, e^2]$.

3. Dire se $f(x) := 2\ln\sqrt{x^7 - x^5 + 1}$ ammette un punto critico nell'intervallo $[0, 1]$.